

Feuille de TE 2**Exercice 1. Question de cours (15 points sur 75)**

1. Donner le développement limité à l'ordre n en 0 de la fonction $(1+x)^a$ pour a réel.
2. Etablir cette formule.

Exercice 2. DL (15 points sur 75)

1. Former le développement limité à l'ordre 3, au voisinage de 0, de la fonction :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}} + \frac{3}{4} \cos x$$

2. Ecrire l'équation de la tangente au graphe Γ de f au point d'abscisse 0.
3. Préciser la position de cette tangente par rapport à Γ .

Exercice 3. DL (15 points sur 75)

1. Former le développement limité à l'ordre 5, au voisinage de 0, des fonctions suivantes :

(a) $g(x) = \cos(x)$

(b) $f(x) = \ln(1+x^4)$

2. On considère la fonction f définie, pour tout nombre réel $x \neq 0$, par :

$$x \mapsto f(x) = \frac{\cos x - 1 + \frac{x^2}{2}}{\ln(1+x^4)}$$

Montrer que quand x tend vers 0, la fonction f admet une limite l que l'on déterminera.

3. On considère la fonction $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$F(x) = f(x) \text{ si } x \neq 0, \text{ et } F(0) = l.$$

Montrer que F est dérivable en 0 et calculer $F'(0)$.

Exercice 4. DL (15 points sur 75)

Former le développement limité à l'ordre 4, au voisinage de 0, de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \sqrt{\cos(x)}$

2. $g(x) = \frac{x^2}{\tan(x)}$