Feuille de TE 1 : Rappel de terminal

Exercice 1. Vrai ou Faux

– Une fonction dont la dérivée s'annule en un point a admet un extremum en a
– La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}_+$
– La fonction exponentielle ne s'annule jamais
– Si f est croissante et strictement positive, alors $\frac{1}{f}$ est décroissante
– L'expression $x^4 + x^2 + 1$ est strictement positive pour tout x.
– Si une fonction est paire, sa dérivée l'est aussi

Exercice 2. Ensembles de définitions

Donner les ensembles de définition des fonctions suivantes :

1. $f_1(x) = \sin \frac{1}{x^2}$
2. $f_2(x) = \frac{\ln (x-1)^2}{x^2+2x+1}$
3. $f_3(x) = \tan (\pi x - \frac{\pi}{4})$
4. $f_4(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 8}$
5. $f_5(x) = \frac{1}{|(x-3)(6-\pi x)|}$

Exercice 3. Calcul de dérivées

Calculer les dérivées des fonctions suivantes, après avoir précisé sur quel ensemble celles-ci sont dérivables.

1. $g_1(x) = \sqrt{6 - x}$
2. $g_2(x) = (1 + 4x)^4$
3. $g_3(x) = \sin x^2$
4. $g_4(x) = \ln x^2 + 8x - 9$

Exercice 4. Etude de fonctions

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = e^{-x}(\cos x + \sin x)$$

1. Exprimer $\sin (x + \frac{\pi}{4})$ en fonction de $\sin x$ et $\cos x$. En déduire l'ensemble des solutions, dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = 0$. Déterminer ensuite la limite de f en $+\infty$
2. On désigne par f' la dérivée de f. La calculer, puis résoudre l'équation $f'(x) = 0$ dans $\mathbb{R}$.
3. Faire l'étude de la fonction f sur l'intervalle $I = [-\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}]$

Exercice 5. Résolution d'équations

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

1. $6x^2 - 5x + 18 = (6 - x)(7 - x)$
2. $(3x - 1)^2 = -2$
3. $\sin x = 1.5$
4. $\sin^2 x + 4 \sin x = -4$