

**Feuille de TD 3 : Développements limités****Exercice 1. Quelques dérivées pour la forme**

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$x \mapsto (\sin x)^{\sqrt{3}} \quad x \mapsto \exp\left(\frac{1}{\ln x}\right) \quad x \mapsto (1-x) \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

**Exercice 2. Calcul de DL, niveau 1**

Donner les DL en 0 des fonctions suivantes, à l'ordre 4 :

$$r_1(x) = xe^x \quad r_2(x) = (x^5 + 3x + 2) \cos(x)$$

$$r_3(x) = \frac{\sin(2x)}{1-x} \quad r_4(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{6 + x^2}$$

**Exercice 3. Calcul de DL, niveau 2**

Donner les DL en 0 des fonctions suivantes à l'ordre 3 :

$$f : x \mapsto \exp(\sin(x))$$

$$g : x \mapsto \frac{\ln(\cos(x))}{\cos(x) - 1}$$

$$h : x \mapsto (1 + \sin(x))^{\frac{1}{3}}$$

**Exercice 4. Calcul de limite à l'aide de DL**

Calculer les limites suivantes :

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{e^{x^2} - 1}$
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\ln(1-x) + x}$
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x} + \frac{x}{2}}{x \ln(1+x)}$

**Exercice 5. Calcul de DL en  $a \neq 0$** 

Calculez le DL à l'ordre  $n$  des fonctions suivantes aux points indiqués :

1.  $t_1(x) = \exp(3x) \quad a = 1$
2.  $t_2(x) = \cos x \quad a = \frac{\pi}{2}$
3.  $t_3(x) = \frac{x^2}{\sin x} \quad a = \frac{\pi}{2}$