

**Feuille de TD 1****Exercice 1. Application directe du cours**

1. Montrer que si  $f$  et  $g$  sont continues en  $x_0$  alors  $f + g$  et  $fg$  sont continues en  $x_0$ .
2. Montrer que si  $f$  et  $g$  sont continues en  $x_0$  et que  $g(x_0) \neq 0$  alors  $\frac{f}{g}$  est continue en  $x_0$ .
3. Montrer que toute fonction dérivable est continue.
4. Montrer que si  $f$  et  $g$  sont dérivables en  $x_0$  alors  $f + g$  et  $fg$  sont dérivables en  $x_0$ .

**Exercice 2. Continuité et dérivabilité**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = -1 & \text{si } x < 0 \\ f(x) = x & \text{si } x \geq 0 \text{ et } x < 1 \\ f(x) = x^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

La fonction  $f$  est-elle continue en 0. Est-elle dérivable en 0 ? La fonction  $f$  est-elle continue en 1. Est-elle dérivable en 1 ?

**Exercice 3. Ensemble de définition**

Donner le domaine de définition des fonctions numériques suivantes :

1.  $f_1(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{x-2}}$
2.  $f_2(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 2}$
3.  $f_3(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$
4.  $f_4(x) = \ln(\tan x)$
5.  $f_5(x) = \frac{1}{\ln(1 + \sin x)}$
6.  $f_6(x) = \sqrt{\sin 2x}$

**Exercice 4. Calcul de dérivés**

Sur quel ensemble les fonctions suivantes sont-elles dérivables ? Calculer leurs dérivées.

1.  $f_1(x) = |x|$
2.  $f_2(x) = 2^{\sin(x)}$
3.  $f_3(x) = \sin(\ln(e^x))$
4.  $f_4(x) = \sin(e^{\ln x})$
5.  $f_5(x) = \sqrt{\sin(3x)}$
6.  $f_6(x) = \cos(\tan(x^2 + 3x + 7))$