

Interrogation de contrôle continu n°1 (1h)

Les calculatrices et les documents de cours et de TD sont interdits.

Il est fortement conseillé de :

- lire le sujet en entier.
- écrire de façon lisible et d'encadrer ou souligner ses résultats.
- rédiger de façon la plus détaillée possible (mieux vaut trop écrire que pas assez).
- prendre un peu de temps pour se relire.

Exercice 1. Questions de cours (4 points)

1. Donner la définition de la continuité d'une fonction en un point.
2. Donner la définition de la dérivabilité d'une fonction en un point.
3. Exprimer $\cos(a - b)$ en fonction de $\sin a$, $\sin b$, $\cos a$ et $\cos b$.
4. Donner la dérivée de la fonction \tan après avoir précisé l'ensemble sur lequel celle-ci est dérivable.

Exercice 2. Calcul de dérivées (6 points)

Calculer les dérivées des fonctions suivantes, après avoir précisé sur quel ensemble celles-ci sont dérivables :

1. $f : x \mapsto 2e^{(x-1)^2} + \cos(2x^2)$
2. $g : x \mapsto \sqrt{x^2 - 1} + \ln(x)$
3. $h : x \mapsto \frac{\ln(x - \frac{1}{2})}{x^2 - 1}$

Exercice 3. Raccord (3 points)

Déterminer les réels a et b pour que la fonction suivante soit dérivable sur \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} a \cos(\frac{\pi}{2} e^x) + b \ln(x^2 + 2), & x < 0 \\ \sqrt{2x + 1}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Exercice 4. Etude de fonction (7 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \ln(\cos \frac{x}{2})$$

1. Donner l'ensemble de définition de f .
2. Sur quel ensemble la fonction f est-elle dérivable ? Calculer sa dérivée.
3. En utilisant les éventuelles propriétés de parité et de périodicité de f , faire l'étude de f sur un intervalle le plus petit possible et en déduire le comportement de la fonction sur tout son ensemble de définition (on donnera un tableau de variations et une représentation graphique de f).